

Эргодическая теория: хаотичность против случайности

М.Л. Бланк (ИППИ РАН)

Может ли детерминированная динамика внешне быть неотличимой от чисто случайной? Влияет ли необратимость динамики на качественные характеристики процесса? Эргодическая теория изучает статистические свойства динамических систем. Интерес к этой проблематике связан с тем, что "типовидные" детерминированные динамические системы (например, дифференциальные уравнения) демонстрируют хаотическое поведение: их траектории похожи на реализации случайных процессов. Мы начнем с классических результатов Пуанкаре, Биркгофа, Хинчина, Колмогорова и дойдем до современных постановок (в том числе и нерешенных) задач. Курс ориентирован на студентов 2-5 курсов и аспирантов.

Программа курса:

- Динамические системы: траектории, инвариантные множества, простые и странные аттракторы и их классификация, хаотичность.
- Действие в пространстве мер, понятие трансфер-оператора, инвариантные меры. Сравнение со случайными марковскими процессами.
- Эргодичность, теорема Биркгофа, перемешивание.
- Основные эргодические конструкции: прямые и косые произведения, производное и интегральное отображения, естественное расширение и проблема необратимости.
- Гиперболические динамические системы и показатели Ляпунова.
- Энтропия: метрический и топологический подходы.
- Меры Синая-Боуэна-Рюэлля и естественные/наблюдаемые меры.
- Операторный формализм. Спектральная теория динамических систем. Банаховы пространства мер, случайные возмущения.
- Многокомпонентные системы: синхронизация и фазовые переходы.
- Математические основания численного моделирования хаотической динамики.

Литература:

- М. Бланк. "Устойчивость и локализация в хаотической динамике", МЦНМО, Москва, 2001.
- И.П. Корнфельд, Я.Г. Синая, С.В. Фомин. "Эргодическая теория", Наука, Москва, 1980.
- A. Katok, B. Hasselblatt. "Introduction to the modern theory of dynamical systems", 1995.

Курс читается на ф-те математики Высшей школы экономики (ул. Вавилова, 7) по понедельникам в 17.00 в ауд. 311, начиная с 9 сентября 2013.

Для организации пропуска пошлите ваше ФИО по адресу blank@iitp.ru