

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ИНВАРИАНТЫ В ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГРАФОВ И ГИПЕРГРАФОВ

спецкурс проф. МФТИ и НМУ А.Б. Скопенкова

для 1-3 курсов матфака ВШЭ

(на один модуль с возможным продолжением до нескольких модулей)

по средам с 25.09.2013, 18.30-19.50, ауд. 311

Хорошо известно, что существует быстрый (точнее – линейный) алгоритм, определяющий, вложим ли данный граф в плоскость, т.е., можно ли граф расположить на плоскости так, чтобы его ребра не пересекались и не самопересекались. Мы рассмотрим аналогичную задачу для гиперграфов в пространствах произвольной размерности: как распознать вложимость n -мерного гиперграфа в m -мерное пространство? Теория гиперграфов – раздел математики, возникший на стыке комбинаторики, топологии и программирования, бурно развивающийся в последнее время.

Основное содержание курса – *алгоритмически мотивированное введение в алгебраическую топологию*. Венец курса – использование ее методов для доказательства того, что

- при $m = 2n \geq 6$ имеется полиномиальный алгоритм распознавания вложимости;
- при $6 < 2m < 3n + 3$ указанная проблема распознавания вложимости является NP-трудной (таким образом, скорее всего, быстрых алгоритмов для ее решения не существует).

Это свежие результаты 2008 года.

Будут предложены красивые задачи для исследования.

Все необходимые определения (гиперграф, вложимость, NP-трудность, группы гомологий и т.д.) будут даны. Основные идеи будут представлены на ‘олимпиадных’ примерах: размерности не выше 3, на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением к необходимому минимуму алгебраического языка. Таким образом, для изучения спецкурса достаточно владения основами теории графов. В то же время для тех, кто уже изучал алгебраическую топологию, ее применение к конкретным задачам обычно оказывается нетривиальным и интересным. Большая часть материала будет изучаться в виде решения задач студентами с их последующим разбором на занятии.

Задачи, которые желательно порешать перед первым занятием, примерную программу и литературу см. на <http://www.mccme.ru/circles/oim/home/mfaut13sko.htm>