Темы курсовых работ
доцент Е.Ю.Америк

1-2 курс	**1. Грассмановы многообразия, плюккерово вложение, циклы Шуберта и другие подмногообразия малой степени** (в особенности на $G(2,4)$) приложения к исчислительной геометрии (например: сколько прямых в пространстве пересекает четыре заданные, если они расположены "достаточно общим" образом?). Литература: написано много где, например, в книге Гриффитса и Харриса "Принципы алгебраической геометрии" (пятый параграф первой главы). Наверное, есть и более элементарные источники (посмотрим вместе ближе к делу). **2. Групповой закон на кубической кривой, аналогия с классическими теоремами проективной геометрии** (такими, как теорема Паскаля о шести точках на конике), связь с линейными системами плоских кривых. Для начала можно взять книжку М. Рида "Алгебраическая геометрия для всех", потом продолжить чем-нибудь чуть более продвинутым; или, скажем, почитать о применении эллиптических кривых в криптографии.
2-3 курс	**3.Теорема Римана-Роха для кривых по книжке Ленга "Введение в алгебраические и абелевы функции".** Будет интересно, в частности, студентам, прослушавшим начальный курс алгебраической геометрии, т.к. это взгляд немного с другой стороны на очень важный классический результат, требующий довольно продвинутой техники. **4. Группа классов идеалов кольца целых числового поля, в частности, ее конечность (по книжке Самюэля "Алгебраическая теория чисел").** Хотя весьма вероятно, что кто-нибудь из коллег рассказывает это в своем (спец?)курсе! Но книжка хорошая,-второй и там много других замечательных результатов (теорема о единицах и т. п.; можно их тоже изучить).
3-4 курс	**5**. Хорошо известно, что поле симметрических (инвариантных относительно очевидного действия S_n на $k(T_1, ..., T_n)$) рациональных функций чисто трансцедентно. Знаменитая теорема Люрота (докажите ее!) утверждает, что любое подполе $k(T)$ (где k алгебраически замкнуто)чисто трансцедентно над k. Э. Нетер задала следующий вопрос: верно ли, что поле инвариантов действия конечной группы перестановками координат на $k(T_1, ..., T_n)$ тоже чисто трансцедентно? Если бы это было так, можно было бы, например, строить расширения поля рациональных чисел с произвольной группой Галуа, пользуясь теоремой Гильберта о неприводимости. Насколько я знаю, первый контрпример принадлежит Свану, там количество переменных равно 47. Солтман позже построил контрпримеры и над алгебраически замкнутым полем. Предлагается изучить их статьи (R. Swan, Inventiones Math., 1969; D. Saltman, Inventiones Math. 1984.) или еще что-нибудь на эту тему.