1. 1-3 курс. **Регуляризация интегралов, бесконечные произведения и многомерные аналоги Г-функции**.
Литература: Уиттекер, Ватсон, Курс современного анализа; E.Barnes, On the theory of multiple gamma functions, Trans. Cambridge Phil. Soc. 19 (1904), 374-425.

2. 1-3 курс. **Радиальные части операторов Лапласа**. Классический оператор Лапласа $\Delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial {x_i}^2}$ инвариантен относительно вращений пространства и его радиальная часть имеет вид $\Delta_r = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{(n-1)}{r}\frac{\partial}{\partial r}$. Выписать явно радиальные части операторов Лапласа на других симметрических пространствах (1-ый пример - гиперболоид $x_0^2 = \sum_i x_i^2$).
Литература: С.Хелгасон, Группы и геометрический анализ; Ф.А.Березин, Операторы Лапласа на полупростых группах Ли, Труды МИАН т.6 стр. 372-463 (1957); J.Sekiguchi, Zonal Spherical functions on some symmetric spaces, Publ. RIMS 12 Suppl (1977) 455-464.

3. 2-3 курс. **Радиальная часть оператора Лапласа-Бельтрами и объем геодезической сферы**. Показать, что радиальная часть оператора Лапласа-Бельтрами на симметрическом римановом пространстве имеет вид $\Delta_r = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{S_r'(r)}{S(r)}\frac{\partial}{\partial r}$, где $S(r)$ - объем геодезической сферы радиуса r.
Литература: С.Хелгасон, Группы и геометрический анализ.

4. 2-3 курс. **Производящие ядра характеров классических групп**. Функции Шура определяются соотношением $\sum_\lambda s_\lambda(x)s_\lambda(y) = \prod_{i,j}(1-x_i y_j)^{-1}$. Вывести определяющее ядро для характеров симплектических и ортогональных групп. *Литература*: И. Макдональд, Симметрические функции и многочлены Холла, гл. 1; D.E.Littlewood, The theory of group characters and matrix representations of groups; R.King, B. Fauser, P. Jarvis Hopf algebras and characters of classical groups: http://uk.arxiv.org/pdf/0710.2648.

5. 2-3 курс. $\mathbb{Z}_2$ **- градуированный аналог двойственности Шура-Вейля**. В ней участвуют гипероктаэдральная группа и "странная" супералгебра $q(n)$. Вывести двойственность и применить для построения представлений $q(n)$.
Литература: A. Sergeev, The Howe duality and the Projective Representations of Symmetric Groups, http://uk.arxiv.org/abs/math/9810148; S. Cheng, W. Wang, Remarks on the Schur-Howe-Sergeev Duality, http://uk.arxiv.org/abs/math/0008109.

6. 2-3 курс. $\mathbb{Z}_2$ **- градуированный аналог двойственности Хау**.
Литература: A.N. Sergeev, An analog of the classical invariant theory for Lie superlagebras, math.RT/9810113; A. Sergeev, The Howe duality and the Projective Representations of Symmetric Groups, http://uk.arxiv.org/abs/math/9810148; S.-J. Cheng, W. Wang, Remarks on the Schur-Howe-Sergeev Duality, http://uk.arxiv.org/abs/math/0008109.

7. 2-5 курс. **Симметрические функции Холла-Литтлвуда и пространство Фока**. Функции Холла-Литтлвуда могут быть реальзованы явно либо формулой Якоби-Труди, либо выбором специального ортогонального базиса в пространстве Фока. Задача - описать эти конструкции и связь между ними.
Литература: И. Макдональд, Симметрические функции и многочлены Холла, N.Jing, Vertex operators and Hall-Littlewoo symmetric functions, Adv. in Math. 87 (1991), 226-248.