1. (2–4 курс) Пусть S – двумерное пространство Минковского с сигнатурой $(+,-)$. Выбрав конформно-плоскую метрику на этом пространстве, сформулировать в ее терминах условие того, что S – пространство постоянной гауссовой кривизны.
Литература. Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А.Т. "Современная геометрия: Методы и приложения"; Эйзенхарт Л.П. "Риманова геометрия"

2. (3–5 курс) Пусть $\phi(x)$ – квантовое массивное свободное скалярное поле в гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$. Доказать, что $:\phi^2:(x)$ является операторно-значной обобщенной функцией в $\mathcal{H}$.
Литература. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. "Введение в теорию квантованных полей"; Wightman A. S., Garding L. Arkiv för Fysik, ***28****, 129 (1965)*

3. (1–3 курс) Пусть $\phi(t,x)$ – решение уравнения Лиувилля

$$\phi_{tt} - \phi_{xx} \pm 2e^{\phi} = 0.$$

Для общего решения этого уравнения существует представление

$$\phi(t,x) = \ln \frac{4A'(x+t)B'(x-t)}{[A(x+t) \pm B(x-t)]^2},$$

где $A(x)$ и $B(x)$ – функции одной переменной и штрих означает производную. Решить в квадратурах задачу Коши:

$$\phi(0,x) = \phi_0(x), \qquad \phi_t(0,x) = 0.$$