

# Темы курсовых работ

В.А. Побережный

- **Вариационные задачи** (1 курс) Знакомство с вариационным исчислением, лагранжева механика, классические и начальные задачи: брахистохрона, балка и прочие.
- **Нелинейный маятник** (1-2 курсы) Приближённое и точное решения, эллиптический синус, исследование, связанные сюжеты.
- **Обратные задачи монодромии** (начиная со 2-3 курса) Обратные задачи монодромии это важный, интересный и активно изучаемый раздел аналитической теории дифференциальных уравнений. Подходы и техника исследований в данной области, примерно в равной степени основаны на методах комплексного анализа и геометрии с некоторыми элементами теории дифференциальных уравнений, а результаты имеют многочисленные приложения в современной теоретической физике и математике, в первую очередь, в исследованиях интегрируемых систем. Основными сюжетами здесь являются: задача Римана (исследование существования и построение дифференциального уравнения по заданному представлению монодромии), построение и исследование изомонодромных деформаций (деформаций сохраняющих монодромию) и анализ уравнений Пенлеве (класс уравнений, не имеющих подвижных критических особых точек, неожиданно возникающий в самых разнообразных задачах современной науки). Для курсовых работ в этой тематике выбор среди задач различного уровня сложности очень широк. Примерный их список может быть таким: задача Плато для кусочно-линейного контура; (расширенная) проблема Римана для гипергеометрического уравнения и уравнения Римана; изучение симметрий и построение алгебраических решений уравнения Пенлеве-6; проблема Римана и изомонодромные деформации на эллиптической кривой; построение решений проблемы Римана-Гильберта с помощью (полу-)стабильных голоморфных расслоений и пар расслоение-связность; исследование достаточных условий положительной разрешимости проблемы Римана-Гильберта; симплектическая и пуассонова геометрия изомонодромных деформаций; твисторная геометрия изомонодромных деформаций; анализ подвижных особенностей уравнений изомонодромной деформации и уравнений Пенлеве; эквивалентность определений уравнения Пенлеве-6 через задачу Римана, изомонодромную деформацию, и отсутствие подвижных критических особенностей.

Составить предварительное представление о предмете можно по следующей литературе:

А.А. Болибрух "Обратные задачи монодромии в аналитической теории дифференциальных уравнений" МЦНМО 2009

Nigel Hitchin "Geometrical aspects of Schlesinger's equation" Journal of Geometry and Physics Volume 23, Issues 3-4, November 1997, Pages 287-300

Philip Boalch "Symplectic Geometry and Isomonodromic Deformations"  
<http://www.math.ens.fr/~boalch/files/thesis.pdf>

Р. Р. Гонцов, В. А. Побережный "Различные варианты проблемы Римана-Гильберта для линейных дифференциальных уравнений" УМН, 63:4(382) (2008), 3-42