

Домашнее задание 9. Срок сдачи 29 ноября.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в TeX.

Задача 1. Найдите все собственные и корневые подпространства оператора на \mathbb{R}^3 , заданного в стандартном базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Найдите все подпространства в \mathbb{R}^3 , инвариантные относительно оператора, заданного в стандартном базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Оператор на \mathbb{R}^3 в некотором базисе задаётся матрицей.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

Представьте этот оператор верхнетреугольной матрицей в подходящем базисе.

Задача 4. Для комплексной 2×2 -матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ определим оператор M_A на пространстве комплексных 2×2 -матриц формулой

$$M_A : X \mapsto AX.$$

Найдите базис, в котором оператор T диагонализуется.

Задача 5. Докажите, что в n -мерном комплексном векторном пространстве всякий линейный оператор имеет инвариантное подпространство размерности $n - 1$.