

**Темы курсовых работ**  
**Михаил Львович Бланк**

**Эргодическая теория динамических систем**

Во всех рассматриваемых постановках нас будет интересовать как аналитические решения, так и (при их отсутствии) качественное численное моделирование.

**(1) Эргодические свойства хаотического коллективного блуждания.**

Рассматривается детерминированное/стохастическое блуждание бесконечной конфигурации частиц на  $d$ -мерной целочисленной решетке при условии, что один узел решетки может занять только одна частица. Ранее была изучена только 1-мерная ситуация, описывающая, в частности, простейшую модель движения автомашин на однополосном скоростном шоссе. В многомерном случае возникают принципиально новые эффекты, в частности система теряет эргодичность. Вопросы для изучения:

- существование и свойства средней скорости движения частиц;
- построение нетривиальных инвариантных мер и изучение их свойств;
- оценка топологической энтропии системы;
- изучение фазовых переходов.

**(2) Сети хаотических элементов с динамическим взаимодействием.**

Рассматривается (конечный или бесконечный) набор динамических систем, каждая из которых обладает хаотическим поведением, а взаимодействие между которыми имеет место только тогда, когда их текущие состояния близки. Простейший пример - система шаров в бильярде Сина с взаимодействиями на коротких расстояниях. Вопросы для изучения:

- возможность и типичность синхронизации при слабых взаимодействиях;
- сходимости к прямому произведению в пределе слабых взаимодействий;
- существование абсолютно непрерывных инвариантных мер и их свойства;
- возможные связи с моделями типа среднего поля и фазовыми переходами.

**(3) Математическое обоснование численного моделирования хаотической динамики.**

Численные методы анализа устойчивых динамических систем достаточно хорошо математически обоснованы (хотя и здесь имеются открытые вопросы).

Для задач хаотической динамики ситуация обратная. Собственно математических результатов очень мало и в большинстве они отрицательны (доказывается некорректность часто используемых численных методов). Вопросы для изучения:

- идеи теории Колмогорова-Арнольда-Мозера в применении к ошибкам округления;
- гипотеза Улама об аппроксимации динамики конечными цепями Маркова;
- сравнение современных генераторов случайных чисел с простыми динамическими системами в задачах стохастического моделирования.

Литература:

- М. Бланк. "Устойчивость и локализация в хаотической динамике", МЦНМО, Москва, 2001.
- И.П. Корнфельд, Я.Г. Синай, С.В. Фомин. "Эргодическая теория", Наука, Москва, 1980.
- A. Katok, B. Hasselblatt. "Introduction to the modern theory of dynamical systems", Cambridge Univ. Press, 1995.

