

Прикладные методы анализа 2013. Вопросы к экзамену

- (1) Лемма Жордана. Доказательство. Пример применения: вычисление обратного преобразования Лапласа от функции $F(p) = p^{-1}$.
- (2) Преобразование Лапласа. Определение. Свойства преобразования Лапласа.
- (3) Предельные соотношения для оригиналов и изображений преобразования Лапласа
- (4) Обращение преобразования Лапласа
- (5) Достаточные условия для формулы обращения преобразования Лапласа.
- (6) Применение преобразования Лапласа к решению задач Коши обыкновенных дифференциальных уравнений и систем
- (7) Свертка функций. Преобразование Лапласа свертки функций. Преобразование Лапласа произведения функций.
- (8) Интеграл Дюамеля. Применение интеграла Дюамеля для решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений.
- (9) Понятие функции Грина. Функция Грина задачи Коши линейного неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения. Пример уравнений 1 и 2 порядка. Связь с формулой Дюамеля.
- (10) Граничные (краевые) задачи обыкновенных дифференциальных уравнений и их функции Грина
- (11) Обобщенные функции. Пространства \mathcal{D} и \mathcal{S} основных функций, пространства обобщенных функций, топология и сходимости, примеры обобщенных функций.
- (12) Локальные свойства обобщенных функций. Локально интегрируемые функции. Обобщенные функции $1/x$, $1/(x \pm i0)$, $\theta(x)$, $\delta(x)$.
- (13) Регуляризация несобственных интегралов. Примеры
- (14) Сходимость обобщенных функций и δ -образные последовательности
- (15) Предельные значения голоморфных функций. Формулы Сохоцкого
- (16) Прямое произведение обобщенных функций и свертка
- (17) Операции над обобщенными функциями. Взятие производной и умножение на основную функцию. Линейные замены переменных. Примеры
- (18) Производная обобщенной функции. Производная разрывной функции. Производная $\log|x|$ и $1/x$.
- (19) Преобразование Фурье обобщенных функций. Преобразование Фурье от $1/x$, $\delta(x)$, $1/(x \pm i0)$.
- (20) Свойства преобразования Фурье. Применение преобразования Фурье.
- (21) Обобщенные функции комплексного переменного. Обобщенные функции $\delta(z)$, $\log|z|$, $1/z^n$.
- (22) Операторы $\partial/\partial z$ и $\partial/\partial \bar{z}$. Фундаментальное решение оператора $\partial/\partial \bar{z}$. Фундаментальное решение оператора Лапласа.
- (23) Сведение задачи Коши линейного дифференциального уравнения к задаче с нулевыми начальными данными
- (24) Построение фундаментальных решений линейных дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами методом преобразования Фурье
- (25) Фундаментальные решения волнового оператора. Вывод формулы Пуассона для решения задачи Коши.
- (26) Фундаментальные решения оператора теплопроводности.
- (27) Аналитическое представление обобщенных функций. Примеры.
- (28) Сведение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения к интегральному уравнению. Применение к спектральной задаче оператора Штурма–Лиувилля
- (29) Асимптотические последовательности и асимптотические разложения. Определения. Примеры. Возможные обобщения
- (30) Приближенное нахождение нулей трансцендентных уравнений
- (31) Оценка интеграла интегрированием по частям. Асимптотическое разложение интеграла вероятности $\int_x^\infty e^{-t^2} dt$

- (32) Асимптотика интеграла Лапласа. Лемма Ватсона.
- (33) Асимптотическое разложение интегралов гауссова типа
- (34) Метод перевала. Вещественная версия.
- (35) Формула Стирлинга для $\Gamma(z)$
- (36) Асимптотики интегралов Фурье. Лемма Римана–Лебега. Асимптотическое разложение интегралов Фурье.
- (37) Метод стационарной фазы.
- (38) Метод перевала (комплексная версия). Асимптотическое разложение функции Эйри положительного аргумента