

Математический анализ. 1 курс, 2 модуль. Примерная программа курса.

Разбиение материала на вопросы на коллоквиуме может отличаться от приведенного здесь.

1. Определение дифференциала функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
2. Теорема Ферма.
3. Теорема Ролля. "Теорема Ролля+" (если непрерывная на отрезке и дифференцируемая на интервале функция не является строго монотонной, то в некоторой точке производная равна нулю).
4. Теорема Лагранжа.
5. Теорема Коши.
6. Теорема Дарбу (производная дифференцируемой функции принимает на отрезке все промежуточные значения).
7. Производная не имеет точек разрыва первого рода.
8. Критерий монотонности дифференцируемой функции.
9. Производная сложной функции одной переменной.
10. Производная обратной функции.
11. Односторонние производные. Выпуклая функция имеет в каждой точке левую и правую производную.
12. Выпуклая функция на интервале непрерывна и дифференцируема всюду, кроме счетного множества точек.
13. Монотонность производной выпуклой функции.
14. Критерии выпуклости функции.
15. Выпуклая функция лежит по одну сторону от своей касательной и наоборот.
16. Правило Лопиталю для неопределенностей вида $0/0$.
17. Правило Лопиталю для неопределенностей вида ∞/∞ .
18. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
19. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Коши.
20. Достаточные условия экстремума для одной переменной ("правило зонтика").
21. Отображение метрических пространств непрерывно тогда и только тогда, когда прообраз любого открытого множества открыт. Равносильное утверждение про замкнутые множества.
22. Определение компактности метрического пространства. В компактном метрическом пространстве любая последовательность содержит сходящуюся подпоследовательность.

23. Компактное подмножество метрического пространства замкнуто и ограничено. Замкнутое и ограниченное подмножество в R^n компактно. Пример метрического пространства, в котором не любое замкнутое и ограниченное множество компактно.

24. Равномерная непрерывность. Непрерывное отображение компактного метрического пространства равномерно непрерывно.

25. Непрерывный образ компактного множества компактен.

26. Непрерывный образ связного множества связан.

27. Связное компактно подмножество прямой является отрезком.

28. Действительная функция на связном компактном множестве принимает наибольшее и наименьшее значение и все значения между ними.

30. Неравенства Коши, Гельдера, Минковского.

31. Полнота метрического пространства. Компактное пространство полно.

32. Пространство $C([a; b])$. Его полнота.

33. Пространство $C([a; b])$. Некомпактность единичного шара в $C([a; b])$.

34. Векторное пространство с нормой. Примеры норм на R^n , их эквивалентность.

35. Непрерывность линейного отображения конечномерных линейных пространств.

36. Дифференциал отображения. Непрерывность дифференцируемого отображения.

37. Дифференциал композиции отображений. Вычисление частных производных при замене переменных.

38. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Пример не дифференцируемой в точке функции, у которой в этой точке и ее окрестности существуют все частные производные.

39. Дифференцируемость отображения из R^n , в R^m равносильна дифференцируемости всех координатных функций. Матрица дифференциала, ее выражение через частные производные.

40. Градиент вещественной функции, его геометрический смысл. Производная по направлению.

41. Определение касательного вектора к множеству уровня вещественной функции. Уравнение касательной гиперплоскости к множеству уровня.

42. Теорема Эйлера об однородной функции.

43. Теорема о неявной функции.

44. Сравнение асимптотик степенной, показательной и логарифмической функций.