

Инварианты и представления классических групп

Е. Ю. Смирнов

весенний семестр 2013/14 уч. г.

Примерная программа курса:

1. Ликбез по группам Ли: линейные группы Ли, касательная алгебра, экспоненциальное отображение.
2. Связь между представлениями группы Ли и её алгебры Ли. Компактные группы Ли, редуцированные группы Ли, унитарный трюк Вейля, полная приводимость. Теоремы Энгеля и Ли. Разрешимые группы Ли.
3. Представления $sl(2)$. Оператор Казимира. Характеры представлений. Разложение тензорных произведений, правило Клебша–Гордана.
4. Представления $sl(n)$ и $gl(n)$. Корни и веса. Связь с многочленами Шура, разложение тензорных произведений. Двойственность Шура–Вейля.
5. Классификация комплексных (полу)простых алгебр Ли. Группа Вейля, схемы Дынкина. Восстановление алгебры Ли по её схеме Дынкина. Классические и исключительные полупростые алгебры Ли.
6. Конструкция представления с данным старшим весом: модули Верма, БГГ-резольвента. Формулы Вейля для характера и для размерности.
7. Представления $so(n)$ и $sp(2n)$. Конструкция Вейля. Спинорные представления $so(n)$, спинорная группа.
8. Теория инвариантов. Оператор Рейнольдса, конечная порождённость алгебры инвариантов редуцированной группы. Первая и вторая основная теорема теории инвариантов для классических групп.
9. Однородные пространства полупростых групп Ли. Грассманианы и многообразия флагов. Линейные расслоения над многообразием флагов, теорема Бореля–Вейля–Ботта.

Спецкурс рассчитан на студентов 2–3 курса и будет читаться по-русски. Занятия будут проходить по четвергам с 15:30 до 16:50, первое занятие — **13 февраля**.