

## Дискретная математика

### Семинар 4

ВШЭ, факультет математики  
первый курс, третий модуль

1. Вычислите  $\ln(1 + s)$ ,  $\ln(1 - s)$ ,  $\ln((1 - s)^{-1})$  ( $\ln$  – обратный ряд к экспоненте).

2. Докажите равенства

$$\sin^2(s) + \cos^2(s) = 1, \quad (1 + s)^\alpha (1 + s)^\beta = (1 + s)^{\alpha+\beta}.$$

3. Образуют ли формальные ряды группу относительно операции композиции? Если да, то является ли эта группа абелевой?

4. Докажите формулу замены переменных в интеграле: для ряда  $B = B(t)$  с нулевым свободным членом ( $B(0) = 0$ ) и произвольного ряда  $A = A(s)$

$$\left( \int A \right) (B(t)) = \int (A(B(t))) B'(t).$$

5. Выведите формулу для производной произведения формальных рядов.

6. Найдите производящие функции для последовательностей:

- $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ ;
- $1 \cdot 2, 2 \cdot 3, 3 \cdot 4, \dots$ ;
- $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$ .

7. Вычислите коэффициент при  $z^n$  у ряда  $(\ln(1 - z))^2 / (1 - z)^{m+1}$ .