

### ЛИСТОК 3. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ. ФОРМУЛА ДАЛАМБЕРА.

УРЧП, 3-4 КУРС, 20.02.2014

- 3◊1** Выведите уравнение поперечных колебаний струны в среде, сопротивление которой пропорционально первой степени скорости.
- 3◊2** Выведите уравнение диффузии в среде, движущейся со скоростью  $v(x)$  в направлении оси  $x$ , если поверхностями равной концентрации в каждый момент времени являются плоскости, перпендикулярные оси  $x$ .
- 3◊3** Имеется однородный ненапряженный стержень длины  $l$ , расположенный вдоль оси  $Ox$ , так, что точки  $x = 0$  и  $x = l$  – левый и правый концы стержня. Рассмотрим продольные колебания стержня. Обозначим через  $u(x, t)$  смещение точки  $x$  в момент времени  $t$  вдоль оси  $Ox$ . Выведите уравнение, описывающее поведение функции  $u(x, t)$ .
- 3◊4** а) Описать колебания бесконечной струны, происходящие при  $t \in (-\infty, +\infty)$  и такие, что некоторый участок струны  $(x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)$  покоится в течение всего времени этих колебаний.  
б) Тот же вопрос, но участок струны  $(x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)$  покоится при  $t \geq 0$ .
- 3◊5** Нарисуйте графики функций  $u(x, t)|_{t=t_k}$  при  $t_k = \frac{kl}{4a}$ ,  $k = 0, \dots, 5$ , являющейся решением задачи Коши для уравнения

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad u|_{t=0} = u_0(x), \quad u_t|_{t=0} = v_0(x),$$

где

$$\text{а) (Струна гитары.) } v_0(x) \equiv 0, \quad u_0(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, l] \cup [3l, +\infty) \\ \frac{a}{l}x - a, & x \in [l, 2l] \\ -\frac{a}{l}x + 3a, & x \in [2l, 3l] \end{cases};$$
$$\text{б) (Струна рояля.) } u_0(x) \equiv 0, \quad v_0(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, l) \cup (2l, +\infty) \\ a, & x \in [l, 2l] \end{cases}.$$