

**ЛИСТОК 2. ХАРАКТЕРИСТИКИ, ПРИВЕДЕНИЕ УРАВНЕНИЙ
К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ
УРЧП, 3-4 КУРС, 23.01.2014**

2◊1 Верны ли следующие утверждения: если уравнение

$$\sum_{i,j=1}^n a_{i,j}(x_1, \dots, x_n) u_{x_i} u_{x_j} = 0, \quad a_{ij} \in C(\mathbb{R}^n),$$

гиперболическое (эллиптическое, параболическое) в точке, то оно является гиперболическим (соответственно эллиптическим, параболическим) также в некоторой окрестности этой точки?

2◊2 а) Найдите все характеристики уравнения

$$u_{xy} - u_{yy} - u_x + u_y = 0.$$

б) Найдите его общее решение.

2◊3 Найдите общее решение уравнения

$$u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{xz} + u_{yy} + 2u_{yz} + u_{zz} - u = 0.$$

2◊4 Решите задачу Коши

$$u_{xx} - u_{yy} - 2u_x - 2u_y = 8, \quad u|_{x=0} = -2y, \quad u_x|_{x=0} = 2(y-1).$$

2◊5 Почему нельзя найти такую функцию $u(x, y)$, которая удовлетворяла бы уравнению

$$u_{xx} + 3u_{xy} + 2u_{yy} = 0$$

и условиям $u|_{y=x+1} = x + x^2$, $u_x|_{y=x+1} = x^2 - x$?

2◊6 Какой должна быть функция $g(x)$, чтобы существовало решение задачи Коши

$$u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} = 0, \quad u|_{y=3x+2} = 4x^2 + 1, \quad u_x|_{y=3x+2} = g(x)?$$