

## Домашнее задание 7

Везде, где это не указано явно, пространство  $V$  предполагается комплексным эрмитовым.

**6.1.** При каких  $\lambda$  является отрицательно определенной квадратичная форма

$$\lambda \bar{x}_1 x_1 + i \bar{x}_1 x_2 - i \bar{x}_2 x_1 + 3 \bar{x}_2 x_2?$$

**6.2.** Приведите следующую эрмитову квадратичную функцию к главным осям:

$$2|x_1|^2 + |x_2|^2 + 2i\bar{x}_1 x_2 - 2i\bar{x}_2 x_1 + 2i\bar{x}_2 x_3 - 2i\bar{x}_3 x_2.$$

**6.3.** Найдите собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе эрмитова оператора, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 + 2i \\ 2 - 2i & 1 \end{pmatrix}$$

**6.4.** Найдите собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе унитарного оператора, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей

$$\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 + 3i & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 2 - 3i \end{pmatrix}.$$

**6.5.** Оператор  $A$  называется *нормальным*, если  $AA^* = A^*A$ . Докажите, что собственные векторы нормального оператора, отвечающие разным собственным значениям, ортогональны.

Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в  $\text{\TeX}$ .