

Фамилия, имя: _____

1	2	3	4	5	6	7а	7б

Вариант 1

Задача 1. Найдите ранг и сигнатуру квадратичной формы на \mathbb{R}^3

$$x^2 + 5y^2 + 6xy - 2xz - 2yz.$$

Задача 2. Найдите расстояние от вектора $v = (3, 3, -1, 1, -1)$ до подпространства, заданного уравнением $2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0$.

Задача 3. Найдите собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе унитарного оператора, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1+i & 1 \\ -1 & 1-i \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Найдите собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе симметрического оператора, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & -2 & 2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Оператор $L_z: q \mapsto zq$ левого умножения на данный кватернион z можно рассматривать как линейный оператор на \mathbb{R}^4 . Найдите его определитель.

Задача 6. Найдите положительную симметрическую матрицу, квадрат которой равен

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задача 7. а) Напомним, что $SO(1, 3)$ — это группа вещественных матриц 4×4 , сохраняющих квадратичную форму сигнатуры $(1, 3)$. Постройте гомоморфизм $SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow SO(1, 3)$, ядро которого состоит из скалярных матриц.

б) Опишите образ этого гомоморфизма.

На работу отводится три часа (180 минут). Разрешается использовать любые *свои* (а не взятые у соседа) *бумажные* материалы. Не забудьте подписать работу!