

Программа коллоквиума по Математическому анализу, 4 модуль, апрель 2014

1. Неопределенный интеграл. Таблица интегралов, примеры интегралы, не выражающихся в элементарных функциях.
2. Замена переменных в неопределенном интеграле и интегрирование по частям.
3. Первообразная рациональной функции – метод Остроградского.
4. Интегралы от функций вида $R(\sin x, \cos x)$ и $R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$, замена Эйлера.
5. Определенный интеграл, определение, линейность множества интегрируемых на $[a, b]$ функций. Неинтегрируемость функции Дирихле.
6. Теорема: если функция f непрерывна и F – её первообразная, то справедлива формула Ньютона-Лейбница, доказательство через определение.
7. Интегрируемая на $[a, b]$ функция ограничена на $[a, b]$.
8. Суммы Дарбу и их свойства.
9. Критерий интегрируемости ($\sum w(f, \Delta_k) |\Delta_k| \rightarrow 0$) с доказательством.
10. Непрерывная на (a, b) ограниченная функция интегрируема на $[a, b]$.
11. Монотонная на $[a, b]$ функция интегрируема на $[a, b]$.
12. Произведение интегрируемых $[a, b]$ функций – интегрируемая $[a, b]$ функция.
13. Определение множества меры ноль по Лебегу. Примеры множеств меры 0. Формулировка критерия Лебега.
14. Свойства интеграла: интегрируемость модуля, интегрирование неравенств, простейшая теорема о среднем.
15. Интеграл как функция верхнего предела. Липшицевость, существование первообразной от непрерывной функции.
16. Первая теорема о среднем.
17. Вторая теорема о среднем – формула Бонне и теорема.
18. Теоремы о замене переменных в определенном интеграле.
19. Интегрирование по частям и формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
20. Длина кривой. 2 определения и доказательство формулы.
21. Интегрирование функциональных последовательностей и рядов. Контрпример о необходимости равномерной сходимости.
22. Дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
23. Интерполяционный многочлен Лагранжа, основная формула об оценке остаточного члена.
24. Интерполяционный многочлен Эрмита, основная формула об оценке остаточного члена, формула Тейлора как частный случай формулы Эрмита.
25. Формулы приближенного интегрирования, как получаются, оценки точности трёх основных формул (без доказательства).
26. Определение несобственных интегралов. Критерий Коши (фундаментальность).
27. Сходимость и абсолютная сходимость несобственного интеграла. Признаки сравнения.
28. Замена переменных в несобственном интеграле.
29. Интегрирование по частям в несобственном интеграле.
30. Признаки Абеля и Дирихле.
31. Сходимость в смысле главного значения, примеры.