

Домашнее задание 5

5.1. Докажите, что при $n > 2$ пространства $\wedge^2(\wedge^2 V)$ и $\wedge^4 V$ не совпадают.

5.2. Найдите жорданову нормальную форму:

а) оператора $\wedge^2 A$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

б) оператора $S^2 A$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

5.3. Рассмотрим вторую внешнюю степень $\wedge^2 \mathbb{R}^4$ четырехмерного пространства со стандартным базисом e_1, e_2, e_3, e_4 (или, что то же самое, пространство однородных грассмановых многочленов степени 2 от четырех переменных). Определим на нем квадратичную форму $q(\omega)$ по правилу:

$$\omega \wedge \omega = q(\omega)e_1 \wedge e_2 \wedge e_3 \wedge e_4.$$

а) Выпишите матрицу этой формы.

б) Найдите ее сигнатуру.

Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в \TeX .