

Приблизительная программа, будущие вопросы к экзамену.
Математический анализ, 4 модуль 2014
Кратный интеграл Римана, интегралы, зависящие от параметра.

Сравнительно простые вопросы:

1. Кратный интеграл по параллелепипеду (определение), необходимое условие интегрируемости (ограниченность функции)
2. Критерий Коши существования интеграла
3. Определение множеств меры 0 по Лебегу, опрямляемая кривая имеет меру 0 по Лебегу
4. Определение меры Жордана через интеграл, определение меры Жордана напрямую (через элементарные множества)
5. Инвариантность меры относительно выбора ортогональной системы координат, Объем параллелепипеда равен модулю определителя.
6. Определение интеграла функции по множеству, критерий измеримости функции по измеримому множеству
7. Свойства интеграла Римана
8. Теорема о среднем
9. Если интеграл от неотрицательной функции равен 0, то функция почти всюду равна 0.
10. Лемма о цепочках множеств
11. Сведение кратного интеграла к повторному для непрерывной функции
12. Определение кратного несобственного интеграла, признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных функций.
13. Непрерывность собственного интеграла по параметру
14. Определение равномерной сходимости несобственного интеграла
15. Критерий Коши равномерной сходимости, признак Вейерштрасса равномерной сходимости
16. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости
17. Равномерная сходимость по Гейне
18. Интегрирование равномерно сходящихся несобственных интегралов

Трудные и громоздкие вопросы:

1. Критерий Лебега – необходимость
2. Критерий Лебега – достаточность
3. Конструкция Дарбу для кратного интеграла (определения, верхний и нижний интегралы), критерий Дарбу
4. Теорема Фуббини
5. Замена переменных в кратном интеграле
6. Если несобственный интеграл сходится, то он абсолютно сходится
7. Дифференцируемость собственного интеграла по параметру
8. Интегрирование и дифференцирование несобственных интегралов, зависящих от параметра
9. Перестановка двух несобственных интегралов
10. Вычисление интеграла Дирихле
11. Определение Гамма-функции через произведение, основное функциональное тождество
12. Доказательство формулы Эйлера для Гамма-функции
13. Бета-функция, основное тождество через Гамма-функцию
14. Формула Стирлинга