Введение в случайные процессы и финансовые приложения

А.В. Колесников

Совместный бакалавриат ВШЭ и РЭШ

Курс представляет собой введение в случайные процессы. В качестве основного приложения будет рассказано о базовых понятиях и фактах финансовой математики. Предполагается подробный рассказ о дискретных моделях и обзорный – о моделях с непрерывным временем. Слушатели должны владеть теорией вероятностей в объеме вводного курса (1 семестр)..

Приблизительная программа курса.

1. Марковские цепи с конечным числом состояний. Основные понятия и факты.
2. Случайное блуждание. Основные свойства. Принцип отражения.
3. Опционы. 1-шаговая биномиальная модель. Арбитраж и риск-нейтральность. Хеджирование.

4. Многошаговая биномиальная модель. Формула Кокса-Росса-Рубинштейна.

5. Дискретные мартингалы. Основные свойства. Мартингальные неравенства.

6. Марковские моменты и мартингалы. Приложения к задаче о разорении.

7. Винеровский процесс. Определение, основные свойста.

8. Построение винеровского процесса (обзорно).

9. Самофинансируемые портфели. Первая фундаментальная теорема финансовой математики для моделей с дискретным временем.

10. Вторая фундаментальная теорема (о полноте) для моделей с дискретным временем.

11. Стохастический интеграл.

12. Формула Ито.

13. Стохастические дифференциальные уравнения. Примеры (процесс Орнштейна-Уленбека, геометрическое броуновское движение).

14. Локальные мартингалы. Уравнения Колмогорова (обзорно).

15. Формула Гирсанова (обзорно).

15. Модель Блэка-Шоулза.

Литература

1. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М., Марковские цепи как отправнной точки теории случайных процессов и их приложений.
2. Elliot R.J., Kopp P.E., Mathematics of financial markets, 2004.
3. Оксендал Б., Стохастические дифференциальные уравнения.
4. Wilmott P., Paul Wilmott On Quantitative Finance, 2006. J. Wiley&sons