

Дискретная математика
Семинар 18
ВШЭ, факультет математики
первый курс, четвёртый модуль

1. Вычислите производящую функцию случайных величин с биномиальным и равномерным распределением ($P(X = k) = \frac{1}{n}$, $k = 1, \dots, n$).
2. Пусть X, Y – независимые случайные величины. Выразите ПФСВ G_{X+Y} через G_X и G_Y .
3. Приведите пример двух непостоянных случайных величин, таких что их ковариация равна нулю, но они не независимы.
4. Пусть $F(z)$ и $G(z)$ – производящие функции случайных величин и пусть $H(z) = pF(z) + qG(z)$, где $p + q = 1$. Выразите математическое ожидание и дисперсию H через p, q и математическое ожидание и дисперсию F и G .
5. n конвертов с разными адресами и вложенными в них письмами рассыпали на полу. Все письма вылетели из конвертов. Случайным образом письма раскладываются по конвертам. Найти вероятность того, что ни одно письмо не попало в свой конверт.
6. Монета подбрасывается бесконечное число раз. Доказать, что любая заданная последовательность длины n встретится с вероятностью 1.
7. Вероятность того, что в справочное бюро в течение часа обратятся k человек равна $e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$. Вероятность для каждого позвонившего, что он не получит ответ на свой вопрос, равна p . Найдите вероятность того, что ровно s обратившихся не получат ответы на свои вопросы.
8. Пусть X_1, \dots, X_n – бесконечная последовательность независимых случайных величин с распределением Бернулли с параметром p . Определим случайную величину $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$. Тогда $Y = \inf\{n \mid S_n = r\} - r$. Вычислите распределение случайной величины Y , её матожидание и дисперсию.