

## Билеты экзамена 2014, матанализ 1 курс

### Билет №01

1. Критерий Лебега - необходимость.
2. Непрерывность собственного интеграла по параметру.

### Билет №02

1. Критерий Лебега - достаточность.
2. Определение равномерной сходимости несобственного интеграла, критерий Коши, признак Вейерштрасса.

### Билет №03

1. Конструкция Дарбу для кратного интеграла (определения, верхний и нижний интегралы), критерий Дарбу.
2. Определение кратного несобственного интеграла, признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных функций.

### Билет №04

1. Теорема Фубини.
2. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов.

### Билет №05

1. Замена переменных в кратном интеграле.
2. Интегрирование равномерно сходящихся несобственных интегралов.

### Билет №06

1. Перестановка двух несобственных интегралов.
2. Определение меры Жордана через интеграл, определение меры Жордана напрямую (через элементарные множества).

### Билет №07

1. Дифференцируемость собственного интеграла по параметру.
2. Инвариантность меры относительно выбора ортогональной системы координат, объем параллелепипеда равен модулю определителя.

### Билет №08

1. Интегрирование и дифференцирование несобственных интегралов, зависящих от параметра.
2. Сведение кратного интеграла к повторному для непрерывной функции.

### Билет №09

1. Перестановка двух несобственных интегралов.
2. Определение меры Жордана, критерий измеримости по Жордану.

Билет №10

1. Вычисление интеграла Дирихле.
2. Определение меры Жордана через интеграл, определение меры Жордана напрямую (через элементарные множества).

Билет №11

1. Определение Гамма-функции через произведение, основное функциональное тождество.
2. Множества меры 0 по Лебегу, примеры, спрямляемая кривая имеет меру 0 по Лебегу.

Билет №12

1. Доказательство формулы Эйлера для Гамма-функции.
2. Критерий Коши существования кратного интеграла.

Билет №13

1. Бета-функция, основное тождество через Гамма-функцию.
2. Свойства интеграла Римана (неравенства; теорема о среднем; если интеграл от  $f \geq 0$  равен 0, то  $f$  почти всюду 0).

Билет №14

1. Формула Стирлинга.
2. Кратный интеграл по параллелепипеду (определение), необходимое условие интегрируемости (ограниченность функции).

Билет №15

1. Определение Гамма-функции через произведение, основное функциональное тождество.
2. Определение меры Жордана, критерий измеримости множества.

Билет №16

1. Замена переменных в кратном интеграле.
2. Определение равномерной сходимости несобственного интеграла, критерий Коши, мажорантный признак.

Билет №17

1. Конструкция Дарбу для кратного интеграла (определения, верхний и нижний интегралы), критерий Дарбу.
2. Если несобственный интеграл равномерно сходится при  $y \in (a, b]$ , то можно переставлять местами предел при  $y \rightarrow a$  и интеграл.

Билет №18

1. Вычисление интеграла Дирихле
2. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов