Алгебра II, осенний семестр 2013 г.

Домашнее задание 2. Срок сдачи 16 сентября.

факультет математики, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде и обязательно указывать НОМЕР ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ на титульном листе. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в TeX.

Задача 1. Является ли симметрическим многочлен $x_1^3+x_2^3+x_3^3-3x_1x_2x_3$ от трёх переменных? Если да, найдите его представление через элементарные симметрические функции.

Задача 2. Выразите дискриминант многочлена

$$ax^4+bx^2+c$$

через a, b и c.

Задача 3. Пусть $\mathbb{F}\subset\mathbb{C}$ — минимальное подполе, содержащее все корни многочлена x^3-3x+1. Найдите размерность поля $\mathbb{F}$ как векторного пространства над $\mathbb{Q}$.

Задача 4. Будем рассматривать пространство $S_{n,\le d}$ симметрических многочленов степени не выше d от n переменных с коэффициентами в поле K как векторное пространство над K. Постройте базис в $S_{n,\le d}$.

Задача 5. Обозначим через S идеал в кольце многочленов $\mathbb{Z}[x_1,\dots,x_n]$, порождённый всеми однородными симметрическими многочленами ненулевой степени. Докажите, что $x_i^n\in S$ для любого $i=1,\dots,n$.