

АЛГЕБРА II, ОСЕННИЙ СЕМЕСТР 2014 г.
Домашнее задание 5. Срок сдачи 7 октября.
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде и **обязательно указывать НОМЕР ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ на титульном листе**. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в TeX.

Задача 1. Является ли неприводимым в кольце $\mathbb{Z}[x]$ многочлен

$$x^5 + 8x^4 + 13x^3 + 10x^2 + 5x + 4?$$

Задача 2. Является ли неприводимым в кольце $\mathbb{C}[x, y]$ многочлен

$$x^3y^2 - x^4 - 2x^3y + x^3 - y + 1?$$

Задача 3. Докажите, что 2 является неприводимым, но не простым элементом в кольце $\mathbb{Z}[\sqrt{d}]$ для всех целых $d \leq -3$.

Задача 4. Докажите, что квадратная матрица с коэффициентами в коммутативном кольце R обратима тогда и только тогда, когда её определитель обратим в кольце R .

Задача 5. Пусть $f \in \mathbb{Z}[x]$ такой многочлен, что $f(a)$ является простым числом для бесконечного множества целых a . Докажите, что f неприводим в $\mathbb{Z}[x]$.