

1–3 курс

1. Рациональность значений дзета-функции Римана (и Дедекинда) в неположительных целых точках

Литература:

Klingen, Helmut, Über die Werte der Dedekindschen Zetafunktion. Math. Ann. 145 1961/1962 265-272;

Siegel, Carl Ludwig, Über die analytische Theorie der quadratischen Formen. III. Ann. of Math. (2) 38 (1937), no. 1, 212-291.

2. Основная теорема проективной геометрии и нормирования

Литература:

Р.Бэр, Линейная алгебра и проективная геометрия, 1955.

A.W.Hales, E.G.Straus, Projective colorings, Pacific J. Math. 99, no. 1 (1982), 31–43.

1–4 курс

3. p -адические (дзета-)функции и теория Ивасава

Литература:

Alain Robert, A course in p -adic analysis, Springer, 2000

A. Wiles, The Iwasawa conjecture for totally real fields. Ann. of Math. 131 (1990), 493–540.

4. (а) Дискретные представления групп, «аппроксимируемых конечными». (Например, бесконечных симметрических групп или бесконечные линейные группы над конечным полем.)

(б) Стабилизация семейств представлений групп. [В качестве введения в теорию стабильности можно рекомендовать доклад В.Фарба на Международном Математическом Конгрессе в Сеуле, 18 августа 2014, <http://www.youtube.com/watch?v=M9nf11HGgKU>]

Литература:

(а) любая, касающаяся конечных (в частности, симметрических) групп.

(б) A.Putman, S.V.Sam, Representation stability and finite linear groups, arXiv:1408.3694;

T.Church, J.S.Ellenberg, V.Farb, R.Nagpal, FI-modules over Noetherian rings, arXiv:1210.1854.

5. Решение алгебраических уравнений в t -э-константах

Литература:

Д.Мамфорд, Лекции о t -э-функциях, 1988.

3–4 курс

6. «Абстрактные» гомоморфизмы алгебраических групп.

Литература:

A.Borel, J.Tits, Homomorphisms abstraits de groupes algébriques simples, Ann.Math. ser.2, 97, 499-571;

Lifschitz, Rapinchuk, On abstract homomorphisms of Chevalley groups with nonreductive image I, J.Algebra, 242 (1), 374–399 (2001).

7. Модули Дринфельда и мотивы Андерсона.

Экспоненциальное отображение позволяет рассматривать любую комплексную коммутативную алгебраическую группу как фактор её алгебры Ли по некоторой решётке. Например, эллиптические кривые можно отождествить с полными решётками в одномерном комплексном векторном пространстве. Оказывается, у этого есть аналог в случае функциональных полей над конечным полем.

2–4 курс

8. Описание монодромии (или классификация алгебраических) гипергеометрических функций.

Литература:

F.Beukers, G.Heckman, Monodromy for the hypergeometric function ${}_nF_{n-1}$, Invent. Math. 95 (1989) 325–354.

9. Алгебраическая независимость чисел π , e^π , $\Gamma(1/4)$ (или чисел π , e^π , $\Gamma(1/3)$).

Литература:

Nesterenko, Philippon (Eds.), Introduction to algebraic independence theory, LNM 1752, Springer 2001.

10. Восстановление числовых полей по абсолютным группам Галуа

Литература:

J.Neukirch, A.Schmidt, K.Wingberg, Cohomology of number fields, 2nd edition, Ch.XII, Springer, 2008.

11. p -адические периоды

Интегрирование дифференциальных форм по циклам задаёт изоморфизм между комплексными сингулярными когомологиями комплексного многообразия и его когомологиями де Рама. Не (очень) трудно понять, что аналогичного естественного изоморфизма между p -адическими этальными когомологиями p -адического алгебраического алгебраического многообразия и его когомологиями де Рама быть не может. Он, однако, возникнет, если расширить коэффициенты обеих теорий когомологий.

Литература: J.-M.Fontaine, P.Colmez, G.Faltings...