

Темы курсовых работ  
на 2014-2015 учебный год  
доцент Ю.М. Бурман

Курс	Тема
1 курс	<p><b>1. Инверсии и спуски.</b> Доказательство того, что количество перестановок с <math>k</math> инверсиями равно количеству перестановок с суммарным спуском <math>k</math>. Более трудная теорема: количество перестановок с <math>k</math> инверсиями и суммарным спуском <math>l</math> симметрично по <math>k</math> и <math>l</math>.</p> <p><u>Литература:</u> Эндрюс, «Теория разбиений».</p> <p><b>2. Неравенство Мюрхеда.</b> Общая теорема о симметричных неравенствах типа <math>x_1^2 + \dots + x_n^2 \geq 2(x_1 x_2 + \dots + x_{n-1} x_n)</math></p> <p><u>Литература:</u> Дворянинов и Ясиновский, «Как получаются симметричные неравенства», Квант N7, 1985 г.; также Харди, Литтльвуд и Поля, «Неравенства»</p> <p><b>3. Третья проблема Гильберта (неравносоставленные многогранники) и пример Тарского.</b> Если два многоугольника имеют одинаковую площадь, то один из них можно разрезать на конечное число многоугольных частей, из которых сложить второй. Аналогичная теорема для разрезания многогранников на многогранники неверна, причем препятствие носит теоретико-множественный характер. Если в формулировке теоремы убрать слова «на многогранники», то результат будет совсем неожиданным...</p> <p><u>Литература:</u> Болтянский, «Третья проблема Гильберта».</p>
1-2 курс	<p><b>1. <math>SO(3) = \mathbb{R}P^3</math> и другие подобные соответствия.</b> Существует несколько доказательств того, что группа <math>SO(3)</math> вращений трехмерного пространства является трехмерным проективным пространством. В том числе существуют явные соответствия между ними, которые позволяют изучать вопрос, какие множества вращений соответствуют определенным подмножествам в <math>\mathbb{R}P^3</math> (например, проективным прямым или плоскостям). Более трудная часть: какие бывают представления у групп <math>SU(2)</math> и <math>SO(3)</math> и как они связаны. Для развлечения: как эта теория связана с делением квантовых частиц на бозоны и фермионы.</p> <p><u>Литература:</u> Кострикин и Манин, «Линейная алгебра и геометрия».</p> <p><b>3. Вероятность того, что два взятых наугад целых числа взаимно просты, равна <math>6/\pi^2</math>.</b></p> <p><u>Литература:</u> А.М.Яглом, И.М.Яглом, «Неэлементарные задачи в элементарном изложении».</p>

<p>1–3 курс; для 1 и 2 курса можно ограничиться «реферативной» частью.</p>	<p><b>Матричная теорема о деревьях и ее аналоги.</b>  «Реферативная» часть — матричная теорема о деревьях, принадлежащая Кэли: определитель некоторой матрицы <math>A_n</math> равен сумме «древовидных» мономов от набора переменных <math>w_{ij}</math>, <math>1 \leq i &lt; j \leq n</math>. Матрица <math>A_n</math> задается явной формулой; на самом деле это матрица действия взвешенной суммы транспозиций на <math>(n-1)</math>-мерном представлении группы перестановок <math>S_n</math>. Исследовательская часть — обобщить матричную теорему о деревьях на другие (кроме <math>n</math>-мерного) представления группы <math>S_n</math>. <u>Литература:</u> У.Татт, «Теория графов».</p>
<p>2-3 курс</p>	<p><b>Отображение Ляшко–Лооийенги.</b>  Отображение Ляшко–Лооийенги сопоставляет рациональной функции набор ее критических значений. Требуется вычислить кратность этого отображения (число прообразов точки общего положения) в нескольких случаях.  Для 2–3 курса.  <u>Литература:</u> Арнольд, «Топологическая классификация комплексных тригонометрических многочленов и комбинаторика графов с одинаковым числом вершин и ребер», Функц. анализ, 1(30), 1996.</p>