

АЛГЕБРА II, ОСЕННИЙ СЕМЕСТР 2014 г.

Домашнее задание 6. Срок сдачи 14 октября.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде и **обязательно указывать НОМЕР ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ на титульном листе**. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в TeX.

Задача 1. Найдите группу Гротендика полугруппы в \mathbb{Z} , порождённой числами 3 и 5.

Задача 2. Нарисуйте кольцо целых квадратичного поля $\mathbb{Q}(\sqrt{-5})$ как решётку на комплексной плоскости. Приведите пример неглавного идеала в этом кольце.

Задача 3. Докажите, что кольцо целых квадратичного поля $\mathbb{Q}(\sqrt{-7})$ является евклидовым относительно нормы квадрат модуля.

Задача 4. Найдите все целые алгебраические числа в поле $\mathbb{Q}(\alpha)$, где $\alpha = \sqrt[3]{10}$ — вещественный кубический корень из десяти.

Задача 5. Докажите, что все полугруппы в \mathbb{Z} конечно порождены.