Темы курсовых работ
Факультет математики ВШЭ, 2014/15 учебный год
проф. В.Б. Шехтман

1. Игры в теории моделей (1-3 курс)
В теории моделей для исследования формул и теорий используются специальные игры.
Типичный пример: даны два множества A,B на параллельных прямых. Первый игрок каждым ходом выбирает новую точку в одном из множеств A или B, а второй - соединяет ее отрезком с новой точкой в другом множестве (соответственно, B или A). При этом никакие соединяющие отрезки не должны пересекаться. Всего разрешается сделать k ходов. Кто выиграет в этой игре (в зависимости от k, A, B), если оба игрока очень умны? Какие аналогичные игры можно придумать и что про них можно доказать?

2. Временные логики (1-4 курс)
Временные логики описывают логические свойства временных связок - таких как "завтра", "сегодня", "когда-то было" и др. Эти свойства зависят от того, как мы представляем себе структуру времени. Например, если моменты времени - целые числа, то "завтра" и "вчера" взаимно обратны, а "всегда" напоминает квантор общности, причем с помощью "всегда" и "завтра" можно выразить аксиому индукции. Если моменты времени - вещественные или рациональные числа, то имеется немало открытых вопросов об этих связках, а некоторые из доказанных теорем - достаточно удивительны.

3. Деонтические логики и логики действий (1-2 курс)
Деонтические логики описывают логические свойства связок "обязательно", "разрешено", "запрещено" и близких к ним. Эти свойства совсем не очевидны. Например, на первый взгляд, связка "обязательно" дистрибутивна относительно конъюнкции, т.е. если обязательно A и обязательно B, то обязательно (A и B). Но тогда получается, что из конфликта двух обязательств следует обязательность тождественно ложного утверждения (парадоксы Сартра и Платона). Имеется несколько подобных парадоксов, которые решаются подходящим выбором логических исчислений и моделей. Свойства получающихся при этом логик до конца не изучены. С деонтическими логиками тесно связаны логики действий, где истинность утверждений зависит от действий субъектов (или программ) и наоборот. Эти логики используются в информатике.

4. Операции замыкания (2-3 курс)
Операции замыкания возникают в различных разделах математики. Примеры: топологическое замыкание, линейная оболочка, алгебраическое замыкание, выпуклая оболочка. С общей точки зрения, замыкание […] задается свойствами: $A \subset [A]$, $[A] \subset [A \cup B]$, $[[A]]=[A]$. Но в конкретных примерах возникают дополнительные свойства, которые не всегда известны. В частности, неизвестно, какие свойства (выразимые с помощью булевых операций и замыкания) имеет выпуклая оболочка.

5. Логики задач (2-3 курс)
В 1933 г. А.Н. Колмогоров предложил модель интуиционистской логики высказываний с помощью "задач". Точное определение этой модели было дано позднее Ю.Т. Медведевым. "Логика задач" Колмогорова - Медведева оказывается сильнее интуиционистской и слабее классической и (по-видимому) очень сложной. Сушествуют ли другие "разумные" варианты определения задачи? К каким логикам они приводят? Эти вопросы мало исследованы до сих пор.

6. Релятивистские логики и теории (2-4 курс)
В последнее время развивается подход к теории относительности (специальной и общей) на основе математической логики. Построены различные аксиоматические теории, но свойства и возможности этих теорий еще предстоит изучить.

7. Дескрипционные логики (2-4 курс)
Для работы с базами данных (или "базами знаний") используются "модальные" логические языки и модели Крипке. Каковы возможности этих языков? Какие алгоритмические проблемы для них разрешимы?