

Темы курсовых работ.  
Лосев Андрей Семенович

Я считаю, что одним из источников прогресса в математической физике и в математике является переход от традиционной геометрии 1850-1950-х годов к геометрии, возникшей во второй половине 20 века.

Это дает правильное обобщение задачи, за которым следует неожиданное ранее прощание в частных случаях и возможность исследования этих частных случаев до конца.

Лично мне представляются наиболее перспективными следующие три направления новой геометрии

1.  $Q$ -геометрия, основанная на замене гладкого (или алгебраического) многообразия на супермногообразии, снабженное нечетным векторным полем, в квадрате равным нулю. Интересно, что  $Q$ -многообразия на формальных дисках - это просто гомологическая алгебра.

2. Теоретико-полевая геометрия - замена многообразия на сигма-модель, таргет пространством которой является данное многообразие. Примерами успеха такого обобщения геометрии являются, например, теория Морса и теоремы об индексе - для одномерных сигма-моделей, теория инвариантов Громова-Виттена и теория деформационного квантования Концевича - для двумерных.

3. Тропическая геометрия, являющаяся не столько обобщением, сколько упрощением уже существующей геометрии, позволяющей конструктивно увидеть и комбинаторно вычислить объекты, о которых традиционная геометрия рассуждает на уровне теорем существования.

С точки зрения математической физики особенно интересным является принцип, согласно которому тропическим пределом теории струн является теория поля.

Эти три темы можно изучать по отдельности, но мне кажется, что они особенно интересны в сочетании друг с другом.

Поэтому я предложил бы следующие темы курсовых работ.

I. Блок, связанный с  $Q$ -многообразиями

1. Теория деформации комплексных структур на  $Q$ -многообразиях

2. Суперсимметричная квантовая механика и теоремы об индексе на  $Q$ -многообразиях (начиная со второго курса)

3. Построение лагранжианов суперсимметричных теорий поля для таргет-пространств -  $Q$ -многообразий

4. Теория Морса на  $Q$ -многообразиях

5. Теория Громова-Виттена на  $Q$ -многообразиях

6. Струнные уравнения Эйнштейна на  $Q$ -многообразиях

II. Блок, связанный с гомологической алгеброй

1. Исследование зависимости индуцированной на подкомплексе бесконечность-структуры от выбора стягивающей гомотопии и построение классов когомологий на пространстве допустимых гомотопий (формальная теория Громова-Виттена).

2. Высшие операции в теории Морса и их изменении при перестройке Морсовского комплекса

3. Квантовые бесконечность-структуры и их индуцирование (интеграл Баталина-Вилковысского), one-loop - multiloop гипотеза.

III. Блок, связанный с тропикализацией

1. Тропическая зеркальная симметрия для трилистника - простейшего многообразия, не являющегося явно торическим, с последующей постановкой гипотезы о тропической зеркальной симметрии общего многообразия (начиная со второго курса)
2. Д-браны в тропической зеркальной симметрии
3. Тропический предел суперструны Нивье-Шварца-Рамона
4. Тропический предел суперструны Берковица