

АЛГЕБРА II, ОСЕННИЙ СЕМЕСТР 2014 г.
Домашнее задание 8. Срок сдачи 25 ноября.
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Решения нужно сдавать в письменном виде и **обязательно указывать НОМЕР ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ на титульном листе**. Пожалуйста, пишите разборчиво или набирайте в TeX.

Задача 1. Найдите все характеры группы $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$.

Задача 2. Найдите число классов сопряженности в группе A_4 .

Задача 3. Определим представление группы $GL_2(\mathbb{C})$ на пространстве однородных многочленов от x, y степени не выше два:

$$\rho(A)f(x, y) = f(ax + by, cx + dy), \text{ где } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Выпишите матрицу оператора $\rho(A)$ в базисе x^2, xy, y^2 .

Задача 4. Постройте два неизоморфных неприводимых двумерных представления диэдральной группы D_6 .

Задача 5. Докажите, что у любой конечной группы есть точное конечномерное комплексное представление. (Представление $\rho : G \rightarrow GL(V)$ называется *точным*, если ядро гомоморфизма ρ тривиально.)