

Задачи для семинара 12.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Задача 1. Пусть $\rho : G \rightarrow GL(V)$ — неприводимое представление группы G над алгебраически замкнутым полем \mathbb{F} . Докажите, что любой G -инвариантный линейный оператор на V имеет вид λI , где I — тождественный оператор, а $\lambda \in \mathbb{F}$.

Задача 2. Найдите все классы сопряжённости в группе A_5 .

Задача 3. (а) Разложите на неприводимые представления перестановочное представление группы A_5 , построенное по действию группы A_5 на множестве из пяти элементов перестановками.

(б) Разложите на неприводимые представления перестановочное представление группы A_5 , построенное по действию группы A_5 на множестве прямых, соединяющих центры противоположных граней правильного додекаэдра.

Задача 4. (а) Постройте не внутренний автоморфизм (то есть автоморфизм, не имеющий вид $g \mapsto hgh^{-1}$) группы A_5 и опишите его действие на классах сопряжённости.

(б) Постройте два неприводимых неизоморфных представления группы A_5 .

Задача 5. Выпишите таблицу характеров группы A_5 .