
В курсе планируется доказать следующий классический результат, а также некоторые его современные обобщения:

Теорема Пойа. Если человек случайным образом перемещается по 2-мерной решетке, то он вернется в начальную точку с вероятностью 1. Если же он перемещается по 3-мерной решетке, то вероятность его возвращения строго меньше 1.

Определения всех объектов, участвующих в формулировке теоремы, будут даны в курсе. Доказательство основано на замечательной физической интерпретации, использующей электрические цепи. Материал будет изучаться в виде решения задач участниками, с подробными указаниями и последующим разбором на занятии. Решения большинства задач первых занятий доступно школьникам. Никаких специальных знаний физики не требуется. Будут предложены красивые задачи для исследования.

Примерная программа.

1. Определение случайного блуждания. Определение электрической цепи. Физическая интерпретация вероятности достижения. Возвратность случайного блуждания по 1-мерной решетке.

2. Существование и единственность потенциала в электрической цепи. Принцип максимума. Проводимость и ее вероятностный смысл. Сохранение энергии. Вариационный принцип. Принцип разрезания и склейки. Проводимость между центром и границей квадратной решетки $n \times n$. Возвратность случайного блуждания по 2-мерной решетке.

3. Проводимости деревьев. Невозвратность случайного блуждания по 3-мерной решетке.

4. Проводимости симметричных электрических цепей. Бесконечные электрические цепи. Проводимость между соседними узлами квадратной решетки.

Литература

1. М. Скопенков, В. Смыкалов, А. Устинов, Случайные блуждания и электрические цепи, Математическое Просвещение, 3-я серия **16** (2012), 25–47, <http://www.mccme.ru/free-books/matprosh.html>.

2. А. Пахарев, М. Скопенков, А. Устинов, Сквозь сеть сопротивлений, Математическое Просвещение, 3-я серия **18** (2014), 33–65.

3*. М. Скопенков, М. Прасолов, С. Дориченко, Разрезания металлического прямоугольника, Квант **3** (2011), 10–16, <http://arxiv.org/abs/1011.3180>.