

Введение в эргодическую теорию М.Л. Бланк (ВШЭ и ИППИ РАН)

Можно ли отличить детерминированную хаотическую динамику от чисто случайной и имеет ли этот вопрос смысл? Влияет ли необратимость динамики на качественные характеристики процесса? Эргодическая теория изучает эти и другие статистические свойства динамических систем. Интерес к этой проблематике связан с тем, что "типичные" детерминированные динамические системы (например, дифференциальные уравнения) демонстрируют хаотическое поведение: их траектории похожи на реализации случайных процессов. Мы начнем с классических результатов Пуанкаре, Биркгофа, Хинчина, Колмогорова и дойдем до современных постановок (в том числе и нерешенных) задач. Курс является вводным и ориентирован на бакалавров 2-4 курса, магистрантов и аспирантов. Предварительных знаний кроме курса мат. анализа не требуется (хотя они и желательны).

Программа курса:

- Динамические системы: траектории, инвариантные множества, простые и странные аттракторы и их классификация, хаотичность.
- Действие в пространстве мер, понятие трансфер-оператора, инвариантные меры. Сравнение со случайными марковскими процессами.
- Эргодичность, теорема Биркгофа, перемешивание, ЦПТ. Меры Синая-Боуэна-Рюэлля и естественные/наблюдаемые меры.
- Основные эргодические конструкции: прямые и косые произведения, производное и интегральное отображения, естественное расширение и проблема необратимости.
- Эргодический подход к задачам теории чисел.
- Гиперболические динамические системы и показатели Ляпунова.
- Энтропия: метрический и топологический подходы.
- Операторный формализм. Спектральная теория динамических систем. Банаховы пространства мер, случайные возмущения.
- Многокомпонентные системы: синхронизация и фазовые переходы.
- Математические основания численного моделирования хаотической динамики.

Литература:

- М. Бланк. "Устойчивость и локализация в хаотической динамике", МЦНМО, Москва, 2001.
- И.П. Корнфельд, Я.Г. Синай, С.В. Фомин. "Эргодическая теория", Наука, Москва, 1980.
- A. Katok, V. Hasselblatt. "Introduction to the modern theory of dynamical systems", 1995.