

Струны и КТП. Задачи (творческие)

1. Найти корреляционную функцию $\langle x^i(t)x^j(t') \rangle_x$ в нерелятивистской квантовой механике свободной частицы с действием $S = \frac{m}{2} \int_{t_0}^{t_1} \dot{\mathbf{x}}^2 dt$.
2. Найти $G(X_0, X_1; x) = \langle \dot{X}^\mu(\tau) \delta(x - X(\tau)) \rangle_{X,e}$ в теории релятивистской частицы. Какой физический смысл у полученного ответа?
3. Рассмотрим оператор $\Delta = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{1}{T^2} \frac{\partial}{\partial y^2}$ определенный на торе $0 \leq x, y \leq 1$ на функциях периодических по x и y .
 - а) Перечислить все собственные значения оператора Δ .
 - б) Можно ли определить детерминант $\det(-\Delta)$. Если да, вычислите его.
4. Для системы с действием первого порядка ($\bar{\partial} = \partial/\partial \bar{z}$)

$$S = \int_{\Sigma} d^2 z b \bar{\partial} c$$

где поля c и b имеют целые размерности $(j, 0)$ и $(1 - j, 0)$ соответственно (относительно голоморфных и антиголоморфных замен координат), найти число глобально определенных решений уравнения движения, если

- а) поверхность $\Sigma = \Sigma_0$ - сфера;
- б) поверхность $\Sigma = \Sigma_1$ - тор;
- в) $\Sigma = \Sigma_p$ - риманова поверхность рода $p > 1$.

В пунктах а) и б) построить решения явно.

5. Найти функцию Грина задачи Дирихле для оператора Лапласа в верхней полуплоскости.
6. Вычислить 4-точечную амплитуду Шапиро-Вирасоро ($P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 0$)

$$A(P_1, \dots, P_4) = \int_{\mathbb{C}} d^2 z |z|^{\alpha' P_1 \cdot P_2} |1 - z|^{\alpha' P_2 \cdot P_3}$$

и проанализировать спектр замкнутой струны.