

Семинар 6

1. С помощью параллельного переноса системы координат приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и укажите формулы перехода от исходной системы координат к канонической:

а) $x^2 + 2y^2 - 4x + 8y = 0$;

б) $3x^2 - y^2 - 6x + 8y - 29 = 0$;

в) $2x^2 + 4x - 2y + 7 = 0$.

2. С помощью поворота и параллельного переноса приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду:

а) $xy - 3\sqrt{2}x - 8 = 0$;

б) $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 5y = 0$;

в) $2x^2 + 10xy + 2y^2 - \sqrt{2}x - 4\sqrt{2}y - 1 = 0$.

3. Составьте уравнения касательных к кривой $x^2 + 6xy + 9y^2 + 2x + 4y - 2 = 0$, проходящих через точку $M(5; -2)$.

4. Докажите, что произведение расстояний от фокусов эллипса до любой его касательной равно квадрату малой полуоси.

5. Даны две касательные к параболе, точка пересечения которых лежит на ее директрисе. Докажите, что отрезок, соединяющий точки касания, проходит через фокус.

6. Докажите, что окружность, диаметр которой совпадает с отрезком, заключенным между любой точкой эллипса и его фокусом, касается окружности, построенной на большой оси, как на диаметре.