

Теория струн и КТП. Задачи 2

1. Найти одноточечную $\langle x^i(t) \rangle$ и двухточечную $\langle x^i(t)x^j(t') \rangle$ корреляционные функции $\langle x^i(t)x^j(t') \rangle$ в нерелятивистской квантовой механике свободной частицы с действием $S = \frac{m}{2} \int_{t_0}^{t_1} \dot{\mathbf{x}}^2 dt$ и граничными условиями $x(0) = x_0$, $x(1) = x_1$.
2. Как решение предыдущей задачи связано с задачей о функции Грина $G(t, t')$ “оператора Лапласа” $\Delta = -\frac{d^2}{dt^2}$ на отрезке? Какую нужно выбирать функцию Грина?
3. Вычислить $\langle \dot{x}^i(t) \rangle$ и $\langle \dot{x}^i(t)\dot{x}^j(t') \rangle$. Какой физический смысл полученных выражений? Имеет ли двухточечная функция предел при $t \rightarrow t'$, и что это означает?
4. Найти кривизну для метрики Фубини-Штуди $ds^2 = \frac{dzd\bar{z}}{(1+|z|^2)^2}$ на двумерной сфере. Чему равен радиус такой сферы? Проверить для этой метрики выполнение теоремы Гаусса-Бонне.
5. (*) Найти корреляционную функцию $\langle X^\mu(t)X^\nu(t') \rangle$ для частицы на замкнутой траектории $\tau \sim \tau + 1$ с метрикой $e(\tau) = T = \text{const}$.