

#### Билет 1

1. Поля. Аксиомы, основные следствия из них (единственность нуля и единицы, отсутствие делителей нуля). Примеры полей.
2. Теорема о ранге матрицы (ранг по строкам равен рангу по столбцам).

#### Билет 2

1. Поля. Аксиомы, основные следствия из них (единственность обратного, решение линейного уравнения). Примеры полей.
2. Система линейных уравнений. Однородная и неоднородная системы, связь между их решениями.

#### Билет 3

1. Поле комплексных чисел. Модуль, аргумент, сопряжение. Существование обратного.
2. Композиция линейных отображений. Произведение матриц. Оценка на ранг произведения матриц.

#### Билет 4

1. Поле комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формула Муавра. Решение уравнения  $z^n = a$ .
2. Элементарные преобразования строк. Приведение системы к ступенчатому виду методом Гаусса.

#### Билет 5

1. Перестановки, их четность. Изменение четности перестановки при умножении на транспозицию.
2. Несовместные, определенные и неопределенные системы. Главные и свободные неизвестные. Наличие ненулевого решения у однородной системы, в которой число неизвестных превосходит число уравнений.

#### Билет 6

1. Векторные пространства. Аксиомы, примеры. Изоморфизм векторных пространств. Пространство с конечным базисом изоморфно  $\mathbb{K}^n$ .
2. невырожденные матрицы. Обратимые линейные отображения. Матрица обратима тогда и только тогда, когда она невырождена.

#### Билет 7

1. Векторные пространства. Аксиомы, примеры. Линейная зависимость. Основная лемма о линейной зависимости. Базис и размерность.
2. Ранг матрицы. Инвариантность ранга относительно элементарных преобразований. Ранг ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

#### Билет 8

1. Конечномерные пространства. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса. Независимость размерности от выбора базиса.
2. Миноры, алгебраические дополнения, правило Крамера.

#### Билет 9

1. Векторное подпространство. Примеры. Линейная оболочка системы векторов. Связь между размерностью подпространства и размерностью пространства.
2. Элементарные преобразования строк. Поиск обратной матрицы с помощью метода Гаусса.

#### Билет 10

1. Двойственное пространство. Вложение пространства в дважды двойственное. Пример пространства, не изоморфного дважды двойственному.
2. Определитель как полилинейная кососимметрическая функция. Существование и явный вид определителя. Геометрический смысл (в случае  $\mathbb{R}^2$  и  $\mathbb{R}^3$ ).

#### Билет 11

1. Двойственное пространство. Вложение пространства в дважды двойственное. Двойственные базисы.
2. Определитель как полилинейная кососимметрическая функция. Существование и явный вид определителя. Определитель верхнетреугольной матрицы. Определитель транспонированной матрицы.

#### Билет 12

1. Ядро и образ линейного отображения. Ранг и размерность образа линейного отображения. Связь между рангом отображения и размерностью ядра.
2. Определитель с углом нулей. Разложение по строке и столбцу.

#### Билет 13

1. Двойственное пространство. Вложение пространства в дважды двойственное. Сопряженное линейное отображение, его матрица.
2. Миноры, алгебраические дополнения, формула для элементов обратной матрицы.

#### Билет 14

1. Линейные отображения. Примеры. Задание линейного отображения конечномерных пространств с помощью матрицы.
2. Ранг матрицы как порядок максимального ненулевого минора.