

Математический анализ. 1 курс, 1 модуль. Примерная программа коллоквиума.

Разбиение материала на вопросы на коллоквиуме может отличаться от приведенного здесь.

- 1) Предельная точка множества. Замыкание множества. Открытые и замкнутые множества.
- 2) Всюду плотное множество. Плотность множества всех рациональных чисел. Плотность множества всех иррациональных чисел.
- 3) Определение предела функции. Единственность предела, локальная ограниченность функции, имеющей предел в данной точке, теорема о предельном переходе в неравенствах, лемма о двух милиционерах.
- 4) Определение предела последовательности. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, теорема о предельном переходе в неравенствах, лемма о двух милиционерах.
- 5) Теорема о пределе суммы, произведения и частного двух функций.
- 6) Теорема о пределе суммы, произведения и частного двух последовательностей.
- 7) Односторонние пределы. Если два односторонние предела в точке существуют и равны, то существует предел функции в этой точке.
- 8) Односторонние пределы. Монотонная функция имеет односторонние пределы в каждой внутренней точке области определения.
- 9) Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых функций; o -символика. Эквивалентность бесконечно малых. Сумма и произведение бесконечно малых. Произведение бесконечно малой на ограниченную функцию. Для бесконечно малых f и g эквивалентность $f \sim g$ равносильна тому, что $f - g = o(f)$.
- 10) Бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно больших функций; o -символика. Эквивалентность бесконечно больших. Сумма и произведение бесконечно больших. Сумма бесконечно большой и ограниченной функции. Обратные к бесконечно большим являются бесконечно малыми и наоборот.

- 11) Эквивалентность предела по Коши и по Гейне.
- 12) Неравенство Бернулли. Предел геометрической прогрессии и предел суммы геометрической прогрессии.
- 13) Пять эквивалентных формулировок аксиомы полноты; их равносильность. (Существование точки, разделяющей два множества; существование точных верхних и нижних граней; существование предела у монотонной ограниченной последовательности; пересечение системы вложенных стягивающихся отрезков; сходимости фундаментальной последовательности.)
- 14) Из любого открытого покрытия множества на прямой можно выбрать конечное подпокрытие тогда и только тогда, когда это множество замкнуто и ограничено.
- 15) Любая последовательность точек отрезка содержит сходящуюся подпоследовательность.
- 16) Любое бесконечное подмножество отрезка имеет предельную точку.
- 17) Несчетность отрезка.
- 18) Непрерывная функция на отрезке принимает все промежуточные значения.
- 19) Непрерывная функция на отрезке ограничена и принимает свое наименьшее и наибольшее значение.
- 20) Определение дифференцируемости функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Производная суммы, произведения, частного.
- 21) Теорема Ферма.
- 22) Теорема Ролля. "Теорема Ролля+" (если непрерывная на отрезке и дифференцируемая на интервале функция не является строго монотонной, то в некоторой точке производная равна нулю).
- 23) Теорема Лагранжа.
- 24) Теорема Коши.
- 25) Теорема Дарбу (производная дифференцируемой функции принимает на отрезке все промежуточные значения).

- 26) Производная не имеет точек разрыва первого рода.
- 27) Критерий монотонности дифференцируемой функции. Критерий строгой монотонности.
- 28) Производная сложной функции.
- 29) Производная обратной функции.
- 30) Односторонние производные. Если функция в некоторой точке имеет обе односторонние производные и они равны, то функция дифференцируема в этой точке.
- 31) Монотонная функция непрерывна всюду, кроме, быть может, счетного множества точек.
- 32) Первый замечательный предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. Производные тригонометрических функций.
- 33) Производная обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций.
- 34) Второй замечательный предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ и его переформулировки. Производные показательной и логарифмической функции.
- 35) Гиперболические функции, их графики и основные свойства. Обратные гиперболические функции и их производные.
- 36) Определение и основные свойства показательной и логарифмической функции.
- 37) Сравнение асимптотик степенной, показательной и логарифмической функций.
- 38) Определение числа e . Число e как предел суммы обратных факториалов. Иррациональность числа e .