

Алгебра, семинар 16–20 ноября: разное

1. Для каждого составного n придумайте функцию $f : \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, которая не задается многочленом.
2. Опишите наименьшее подполе в \mathbb{R} , содержащее $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$, и перечислите все его подполя.
3. Решите в целых числах уравнение Пелля $x^2 - 2y^2 = 1$.
4. Докажите, что формальный ряд $\sum_{k \geq 0} \frac{x^k}{k!}$ нельзя представить в виде отношения двух многочленов.
5. Пусть I_n – число неприводимых многочленов степени n над полем \mathbb{F}_q .
а) Докажите, что $(1 - qx)^{-1} = \prod_{n=1}^{\infty} (1 - x^n)^{-I_n}$. **б)** Найдите I_n для простого n .