

Дискретная математика
Семинар 5
ВШЭ, факультет математики
первый курс

1. Найдите производящую функцию для чисел Фибоначчи с чётными номерами.
2. Найдите представление в виде суммы элементарных дробей следующих рациональных функций:

$$\frac{1}{1-s-2s^2}; \quad \frac{1+2s}{1-3s-4s^2}; \quad \frac{1+2s^2}{1+s-s^2-s^3}.$$

3. Найдите производящую функцию для последовательности, заданной линейным рекуррентным соотношением

$$a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n, \quad a_0 = 3, a_1 = -1.$$

Найдите выражение для a_n в виде квазимногочлена.

4. Найдите производящую функцию для последовательности, заданной линейным рекуррентным соотношением

$$a_{n+3} = 3a_{n+2} - 4a_n, \quad a_0 = 2, a_1 = 2, a_2 = 1.$$

Найдите выражение для a_n в виде квазимногочлена.

5. Пусть $a_n = 2^n(n+1) + 3^n$. Найдите рекуррентное соотношение, которому удовлетворяют a_n .
6. Найдите производящую функцию для последовательности, заданной линейным рекуррентным соотношением $a_{n+1} = 2a_n - 1$.
7. Докажите, что $\gcd(F_n, F_m) = F_{\gcd(m,n)}$.