

Алгебра, семинар 15–19 января: жорданова форма

1. Приведите к жордановой форме матрицы **a)** $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, **b)** $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Найдите экспоненты матриц **a)** $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, **b)** $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$, **c)** $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$, **d)** $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, **e)** $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, **f)** $\begin{pmatrix} -8 & -13 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, **g)** матриц из предыдущей задачи.
3. **a)** Докажите, что для матрицы A размера 2×2 экспонента e^A является линейной комбинацией E и A . Найдите коэффициенты этой линейной комбинации, если известны собственные числа матрицы **b)** $\lambda \neq \mu$ или **c)** $\lambda = \mu$.
4. Приведите к фробениусовой форме матрицы **a)** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, **b)** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5. Опишите все возможные фробениусовы формы рациональных матриц с характеристическим многочленом **a)** $(t^4 - 1)(t^2 - 1)$, **b)** $t^2(t^2 + 1)^2$.
6. Найдите жорданову форму квадрата жордановой клетки размера n с собственным значением a .