

**Алгебра, семинар 29 февраля – 4 марта: нормальные формы, экспонента матрицы**

1. Приведите к жордановой форме матрицы **a)**  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , **b)**  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Найдите экспоненты матриц **a)**  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ , **b)**  $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ , **c)**  $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ , **d)**  $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ , **e)**  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ , **f)**  $\begin{pmatrix} -8 & -13 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ , **g)** матриц из предыдущей задачи.
3. **a)** Докажите, что для матрицы  $A$  размера  $2 \times 2$  экспонента  $e^A$  является линейной комбинацией  $E$  и  $A$ . Найдите коэффициенты этой линейной комбинации, если известны собственные числа матрицы **b)**  $\lambda \neq \mu$  или **c)**  $\lambda = \mu$ .
4. Приведите к фробениусовой форме матрицы **a)**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , **b)**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
5. Опишите все возможные фробениусовы формы рациональных матриц с характеристическим многочленом **a)**  $(t^4 - 1)(t^2 - 1)$ , **b)**  $t^2(t^2 + 1)^2$ .
6. Найдите жорданову форму квадрата жордановой клетки размера  $n$  с собственным значением  $a$ .