

## Задачи для подготовки к контрольной по группам и алгебрам Ли.

Контрольная будет 28 марта в 15:30. Задачи будут похожи на некоторые из приведенных ниже.

1. Разложите в прямую сумму неразложимых объектов категории  $\mathcal{O}(sl_2)$  тензорное произведение следующих объектов: **а)**  $M_{\frac{5}{6}} \otimes V_6$ ; **б)**  $M_{\frac{5}{6}} \otimes M_6^\vee$ ; **в)**  $M_{\frac{5}{6}} \otimes M_1$ ; **г)**  $M_{-5} \otimes V_6$ .
2. Докажите, что элемент  $A \in U(gl_n)$  централен и найдите его собственное значение на модуле Верма  $M_\lambda$ , если **а)**  $A = \sum_{i,j} e_{ij}e_{ji}$ ; **б)**  $A = \sum_{i,j,k} e_{ij}e_{jk}e_{ki}$ ; **в)**  $A = \sum_{i,j} (e_{ii}e_{jj} - e_{ij}e_{ji})$ .
3. Найдите характер неприводимого  $sl_3$ -модуля со старшим весом **а)**  $(-5, 1, 4)$ ; **б)**  $(0, -4, 4)$ ; **в)**  $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}, -4)$ ; **г)**  $(2, 0, -2)$ .
4. Найдите кратность веса  $(0, 0, 0)$  в конечномерном неприводимом  $sl_3$ -модуле со старшим весом **а)**  $(3, 0, -3)$ ; **б)**  $(2, 2, -4)$ ; **в)**  $(3, 2, -5)$ .