

Дискретная математика и приложения

Семинар 2

ВШЭ, факультет математики

первый курс

1. Выпишите коды Прюфера всех помеченных деревьев с четырьмя вершинами.
2. Нарисуйте помеченные деревья, коды Прюфера которых равны а) $x_1^2 x_2^3 x_1 x_4$, б) x_6^5 , в) $x_2^3 x_3 x_1^2$.

Граф с n вершинами, любые две из которых соединены ребром, называется полным и обозначается K_n . Если вершины графа можно разделить на две части так, что нет рёбер, соединяющих вершины из одной и той же части, то граф называется двудольным, а части называются долями. Через $K_{m,n}$ обозначается двудольный граф с долями из m и из n вершин, в котором имеются все mn рёбер между вершинами разных долей.

k -клик в графе называется его подграф с k вершинами, являющийся полным. Независимым множеством или антикликой в графе называется набор его вершин, между которыми нет рёбер.

3. В любом графе есть двудольный подграф, содержащий не менее половины рёбер графа.
4. Для произвольных k, m, n найдите количество (а) клик размера k в графе K_n , (б) клик размера k в графе $K_{m,n}$.
5. Для произвольных k, m, n найдите количество (а) независимых множеств размера k в графе K_n , (б) независимых множеств размера k в графе $K_{m,n}$.
6. Для произвольных k, l, m, n найдите количество (а) подграфов в K_n , изоморфных $K_{k,l}$, (б) подграфов в $K_{m,n}$, изоморфных $K_{k,l}$.

Расстояние между двумя вершинами связного графа — наименьшее число рёбер в соединяющем их пути (минимум берется по всем соединяющим эти вершины путям). Диаметр связного графа — наибольшее из расстояний между его вершинами.

7. Пусть в связном графе диаметра d минимальная длина цикла равна $2d + 1$. Докажите, что степени всех вершин равны.
8. Количество классов изоморфизма деревьев с n незанумерованными вершинами меньше 4^n .