Лекция 2 (12 апреля)

Содержание

1. Предваренная нормальная форма (пнф). Теорема о приведении к пнф в исчислении предикатов (план доказательства).

2. Модель данной сигнатуры. Оценка переменных, значения термов и формул в модели при данной оценке.

3. Значения термов и формул зависят только от оценки их параметров.

   Обозначения $t(\bar{a})$, $\alpha(\bar{a})$.

4. Универсальное замыкание. Общезначимые формулы.

5. Теорема корректности исчисления предикатов: формулировка и план доказательства.

6. Пропозициональная оценка. Значения пропозициональных формул при данной пропозициональной оценке.

7. Общезначимость предикатных аксиом, получающихся из тавтологий.

8. Общезначимость двух предикатных аксиом (Бернайса). Сохранение общезначимости при применении MP и Gen.

9. Теории первого порядка. Модели теорий. Логическое следование.

10. Теорема корректности для теорий.

11. Выводимость в теории равносильна выводимости в какой-нибудь конечной подтеории. Выводимость в конечной теории сводится к выводимости в PC.

12. Непротиворечивые теории. Свойства: в противоречивой теории доказуемы все формулы; если $T\cup\{\alpha\}$ противоречива, то $T \vdash \neg\alpha$.

13. Если теория имееет модель, то она непротиворечива.

14. Исчисление предикатов с равенством. Нормальные модели. Теорема корректности для исчисления предикатов с равенством относительно нормальных моделей.

15. Теории первого порядка с равенством; теорема корректности для них. Если теория с равенством имееет нормальную модель, то она непротиворечива.

16. Примеры теорий с равенством: теория полугрупп, теория групп, арифметика Пеано, проективная геометрия плоскости.

17. Гомоморфизм и изоморфизм моделей. Преобразование значений термов при гомоморфизме: $\pi(\,|t(\bar{a})|\,)=|t(\pi\bar{a})|$.

18. Сохранение значений формул при сюръективном гомоморфизме:

    $|\alpha(\bar{a})| = |\alpha(\pi\bar{a})|$.

19. Изоморфность моделей.

20. Элементарная теория модели (Th(M)). Элементарная эквивалентность. Изоморфные модели элементарно эквивалентны.

21. Полные теории. Все модели полной теории элементарно эквивалентны.

22. Сильная категоричность (для теорий с равенством). Конечная аксиоматизируемость. Теорема: если M — конечная модель конечной сигнатуры, то Th(M) конечно аксиоматизируема и сильно категорична