

Дискретная математика и приложения

Семинар 3

ВШЭ, факультет математики

первый курс

1. Опишите помеченные деревья, в код Прюфера которых входит не более двух переменных. Опишите помеченные деревья, в код Прюфера которых каждая из переменных входит не более одного раза.

2. Вычислите количество корневых помеченных деревьев на 6 вершинах, валентность корня которых равна трём.

Эйлеров цикл (путь) в графе — цикл (путь), проходящий по каждому ребру графа ровно один раз.

3. При каких n граф K_n имеет эйлеров цикл? То же для графа $K_{m,n}$.

4. В связном графе есть эйлеров цикл тогда и только тогда, когда степень каждой его вершины чётна. При каком условии в графе существует эйлеров путь?

5. В нарисованном на плоскости без самопересечений связном графе есть эйлеров цикл тогда и только тогда, когда грани можно раскрасить в 2 цвета так, что при переходе через каждое ребро цвет меняется.

6. Если количество вершин нечётной степени в связном графе равно $2k$, то множество его рёбер можно представить в виде объединения k путей, никакой из которых не проходит ни по какому ребру дважды и никакие два из которых не имеют общих рёбер.

7. На рёбрах графа, у которого степень каждой вершины чётна, можно поставить стрелки так, что у каждой вершины входящая степень будет совпадать с исходящей.

8. Пусть $t_n = n^{n-1}$. Докажите прямой подстановкой, что эпф чисел t_n является обратным рядом к xe^{-x} .