

Дискретная математика и приложения
Пятнадцатиминутка 3
ВШЭ, факультет математики
первый курс

Пусть \tilde{t}_n – число (попарно неизоморфных) Непомеченных корневых деревьев на n вершинах, а $\tilde{t}_n^{(k)}$ – число (попарно неизоморфных) Непомеченных корневых деревьев на n вершинах, степень корня которых равна k . Обозначим $\tilde{t}(x) = \sum_{n \geq 1} \tilde{t}_n x^n = x + x^2 + 2x^3 + 4x^4 + \dots$. Пусть $\tilde{t}^{(k)}(x) = \sum_{n \geq 1} \tilde{t}_n^{(k)} x^n$. Докажите, что

$$(1) \quad \tilde{t}^{(1)}(x) = x\tilde{t}(x),$$

$$(2) \quad \tilde{t}^{(2)}(x) = \frac{x}{2}(\tilde{t}(x)^2 + \tilde{t}(x^2)),$$

$$(3)^* \quad \tilde{t}^{(3)}(x) = \frac{x}{6}(\tilde{t}(x)^3 + 3\tilde{t}(x)\tilde{t}(x^2) + 2\tilde{t}(x^3)).$$