

**EXERCISES 3. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА  
И ЗАДАЧИ СО СТАРШИМИ ПРОИЗВОДНЫМИ  
CALC. OF VAR. AND OP. CO., BACHELOR 3-4 YEAR, 28.04.2016**

**3◊1** Решите задачу:

$$\int_0^1 (\ddot{x}^2 - 48x)dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = -4, \quad x(1) = \dot{x}(1) = 0.$$

**3◊2** Решите задачу:

$$\int_0^\pi (\ddot{x}^2 + 4x^2)dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = -1, \quad \dot{x}(0) = 0, \quad x(\pi) = \text{ch } \pi, \quad \dot{x} = \text{sh } \pi.$$

**3◊3** Решите изопериметрическую задачу:

$$\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_0^1 tx dt = \int_0^1 x dt = 0, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$

**3◊4** Решите задачу:

$$\int_0^4 (\dot{x}^2 + x)dt \rightarrow \text{extr}, \quad |\dot{x}| \leq 1, \quad x(4) = 0.$$

**3◊5** Решите задачу:

$$\int_0^4 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \min, \quad \ddot{x} \geq 6, \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0, \quad x(2) = 17.$$

**3◊6** Улитка хочет за 3 часа оползти максимальную площадь и вернуться в начальную точку. При этом вектор скорости улитки может принимать значения только внутри или на границе равностороннего треугольника с центром в нуле и стороной 2. По какой траектории должна двигаться улитка? Какова площадь фигуры, ограниченной этой траекторией?