

Лекция 4 (26 апреля)

Содержание

1. Теорема о существовании модели для теории без равенства: всякая непротиворечивая теория без равенства в сигнатуре L имеет модель мощности $|L|$ (где $|L|$ — мощность множества всех формул в L).
2. Теорема Гёделя о полноте для исчисления предикатов без равенства: выводимость равносильна общезначимости.
3. Совпадение выводимости (\vdash) и логического следования (\models) для теорий первого порядка без равенства.
4. Следствие: если все модели теории элементарно эквивалентны, то она полна.
5. Теорема Лёвенгейма — Сколема: если теория без равенства в сигнатуре L имеет модель, то она имеет модель мощности $|L|$.
6. Лемма о нормализации: если M — модель сигнатуры с равенством, в которой верны аксиомы равенства, то M гомоморфно отображается на нормальную модель.
7. Теорема о существовании нормальной модели для теории с равенством: всякая непротиворечивая теория с равенством в сигнатуре L имеет нормальную модель мощности не выше $|L|$.
8. Теорема Гёделя о полноте для исчисления предикатов с равенством: выводимость равносильна нормальной общезначимости.
9. Совпадение выводимости и логического следования на нормальных моделях для теорий первого порядка с равенством.
10. Теорема Лёвенгейма — Сколема: если теория с равенством в сигнатуре L имеет нормальную модель, то она имеет нормальную модель мощности не выше $|L|$.
11. Теорема Гёделя — Мальцева о компактности: если всякое конечное подмножество теории с равенством T имеет нормальную модель, то и вся теория имеет нормальную модель.
12. Теорема Лёвенгейма — Сколема о повышении мощности: если теория с равенством имеет конечные нормальные модели неограниченной

мощности, то она имеет бесконечную нормальную модель.