

Дискретная математика и приложения

Семинар 5

ВШЭ, факультет математики

первый курс

1. Вычислите хроматический многочлен циклического графа на n вершинах.
2. Найдите старший и следующий за ним коэффициенты хроматического многочлена.
3. Докажите, что знаки коэффициентов хроматического многочлена чередуются (то есть коэффициент при t^k имеет знак $(-1)^{n-k}$ или равен нулю).
4. Ориентацией графа называется выбор направлений рёбер в нем. Ориентация называется ациклической, если в графе отсутствуют циклы, идущие в направлении ориентированных рёбер. Докажите, что число ациклических ориентаций графа равно $|\chi_G(-1)|$.
5. Если хроматический многочлен графа равен $t(t-1)^{n-1}$, то граф – дерево.
6. Вычислите хроматический многочлен графа, являющегося триангуляцией выпуклого n -угольника. Найдите первое число Бетти такого графа.
7. Пусть T_G – число подграфов графа G , являющихся лесами. Докажите, что $T_G = T_{G-u} + T_{G/u}$.
8. Положим в универсальном инварианте Татта $s_i = 1, i \geq 0$. Найдите значение получившегося инварианта Татта на произвольном графе G .